PART4 コンプトン効果

目標　光の粒子性を如実に表す，2 つ目の現象を学びましょう。

Chapter1　コンプトン効果

コンプトン効果

X 線を物質に照射すると内部から電子が飛び出し，同時に，はじめとは波長の異なる X 線が散乱されて出てくることがある。この現象を**コンプトン効果**という。この現象も X 線を波として扱うと説明できない。代わりに X 線を光子として考え，その光子が物質中の電子と衝突することで説明できる。

重要

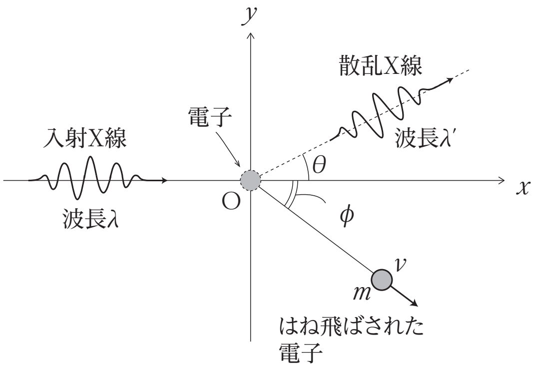
光子のエネルギー：$\dfrac{hc}{\lambda}$

光子の運動量：$\dfrac{h}{\lambda}$

図のように xy 平面の原点 O に静止している質量 m の電子を考え，そこに X 線（光子）を波長 λ で x 軸の正の向きに入射させた。光子と電子が弾性衝突し，光子は波長 λ'，角 θ で散乱された。電子は速さ v，角 ϕ ではね飛ばされた。光子と電子の運動は xy 平面上で生じているとする。

重要

力学における衝突の問題と同じように考えます。



衝突の前後で，光子と電子の間にエネルギーの保存則が成り立つことより，

$$\frac{hc}{\lambda}=\frac{hc}{\lambda'}+\frac{1}{2}mv^2$$

となる。さらに x 軸方向と y 軸方向でそれぞれ成り立つ運動量保存の法則により，

$$x\text{軸方向：}\frac{h}{\lambda}=\frac{h}{\lambda'}\cos\theta+mv\cos\phi$$

$$y\text{軸方向：}0=\frac{h}{\lambda'}\sin\theta-mv\sin\phi$$

となる。これら3つの式を用いて波長の変化 $\Delta\lambda$ を求めると，

$$\Delta\lambda=\frac{h}{mc}(1-\cos\theta)$$

となる。

重要

細かな計算は，ここでは扱いません。話の流れだけを理解しましょう。

まとめ

コンプトン効果は，光を粒子と考えると説明できる。

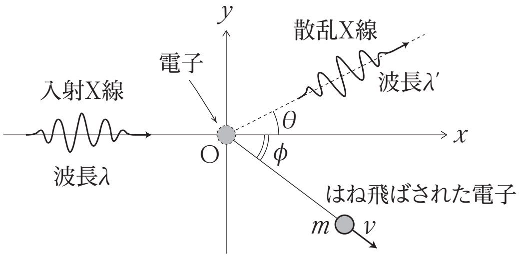
Chapter2　演習問題

　x 軸に沿って入射させた波長 λ のX線が原点で静止していた質量 m の電子に衝突すると，X線の波長は λ' となって x 軸の負の方向へ，電子は x 軸の正方向へ速さ v で運動した。この時に成り立つ運動量保存則の式とエネルギー保存則の式を立てよ。プランク定数を h，光速を c とする。

< Note >

第15講 PART4 確認問題

問1 図のように，x 軸上を正方向に進む波長 λ の入射X線を原点で静止していた質量 m の電子に衝突させたところ，X線は x 軸正方向となす角 θ の向きに波長 λ' で散乱し，電子は x 軸正方向となす角 ϕ の向きに速さ v で進んだ。なお，これらの運動はすべて xy 平面上で生じているとし，プランク定数を h，光速を c とする。



(1) この現象において成り立つエネルギー保存則の式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $\dfrac{h\lambda}{c}=\dfrac{h\lambda'}{c}+\dfrac{1}{2}mv^2$　② $\dfrac{h\lambda}{c}+\dfrac{h\lambda'}{c}=\dfrac{1}{2}mv^2$

③ $\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{hc}{\lambda'}+\dfrac{1}{2}mv^2$　④ $\dfrac{hc}{\lambda}+\dfrac{hc}{\lambda'}=\dfrac{1}{2}mv^2$

(2) この現象において成り立つ x 軸方向における運動量保存則の式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

① $h\lambda+h\lambda'\sin\theta=mv\sin\phi$

② $h\lambda=h\lambda'\cos\theta+mv\cos\phi$

③ $\dfrac{h}{\lambda}+\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta=mv\sin\phi$

④ $\dfrac{h}{\lambda}=\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta+mv\cos\phi$

⑶　この現象において成り立つ y 軸方向における運動量保存則の式として最も適当なものを，①～④のうちから一つ選べ。

①　$h\lambda' \cos\theta = - mv\cos\phi$

②　$\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta = - mv\sin\phi$

③　$0 = h\lambda' \cos\theta - mv\cos\phi$

④　$0 = \dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta - mv\sin\phi$

⑷　入射 X 線の波長 λ と散乱 X 線の波長 λ' の大小関係として最も適当なものを，①～③のうちから一つ選べ。

①　$\lambda < \lambda'$　　②　$\lambda > \lambda'$

③　$\lambda = \lambda'$

第 15 講　原子の世界

PART1　電子の発見

ア

PART2　光子

問 1　3.3×10^{-26} J

問 2　1.1×10^{-34} kg・m/s

PART3　光電効果

問 1　飛び出さない

問 2　飛び出す　9.2×10^{-20} J

PART4　コンプトン効果

運動量保存則：$\frac{h}{\lambda} = -\frac{h}{\lambda'} + mv$

エネルギー保存則：$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$

PART5　物質波

7.3×10^{-11} m

PART6　水素原子モデル1

ア：小さい

イ：正

ウ：負

エ：電子

オ：半径

カ：光

PART7　水素原子モデル2

問１　－ 3.40[eV]

問２　－ 1.51[eV]

問３　1.89 eV

PART8　Ｘ線とブラッグ反射

ア：運動

イ：連続

ウ：特性（固有）

エ：特性（固有）

第15講　PART4　確認問題　解答

問 1

(1)　③

解説：

X 線の光子 1 個がもつエネルギーは，

入射 X 線：$\dfrac{hc}{\lambda}$，散乱 X 線：$\dfrac{hc}{\lambda'}$

である。

電子 1 個がもつ運動エネルギーは，

衝突前：0，衝突後：$\dfrac{1}{2}mv^2$

である。

よって，エネルギー保存則は

$$\frac{hc}{\lambda} = \frac{hc}{\lambda'} + \frac{1}{2}mv^2$$

(2)　④

解説：

X 線の光子 1 個がもつ運動量の x 成分は，

入射 X 線：$\dfrac{h}{\lambda}$，散乱 X 線：$\dfrac{h}{\lambda'}\cos\theta$

である。

電子 1 個がもつ運動量の x 成分は，

衝突前：0，衝突後：$mv\cos\phi$

である。

よって，x 成分における運動量保存則は

$$\frac{h}{\lambda} = \frac{h}{\lambda'}\cos\theta + mv\cos\phi$$

⑶　④

解説：

X 線の光子 1 個がもつ運動量の y 成分は,

　入射 X 線：0，散乱 X 線：$\dfrac{h}{\lambda'}\sin\theta$

である。

電子 1 個がもつ運動量の y 成分は,

　衝突前：0，衝突後：$-mv\sin\phi$

である。

よって，y 成分における運動量保存則は

$$0=\frac{h}{\lambda'}\sin\theta-mv\sin\phi$$

⑷　①

解説：

エネルギー保存則 $\dfrac{hc}{\lambda}=\dfrac{hc}{\lambda'}+\dfrac{1}{2}mv^2$ において，各項は正であるから，$\dfrac{hc}{\lambda}>\dfrac{hc}{\lambda'}$　より　$\lambda<\lambda'$